Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Уральский институт государственной противопожарной службы
Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны,
чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий»

Кафедра общеобразовательных дисциплин

МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность

Екатеринбург
2023

Математика [Текст] : методические рекомендации по подготовке к экзамену. Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность / сост. С. А. Худякова, Т. Б. Ванеева, – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023. – 23 с.

Составители: Худякова С. А., начальник кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России, кандидат педагогических наук;

Ванеева Т .Б., доцент кафедры общеобразовательных дисциплин Уральского института ГПС МЧС России КПУ, кандидат педагогических наук.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену по дисциплине «Математика» предназначены для студентов, обучающихся по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность, согласно рабочей программе дисциплины «Математика».

Методические рекомендации рассмотрены и одобрены на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин от 08.09.2023 г. протокол № 1.

© ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4
Рекомендации по темам дисциплины 5
Степень с действительным показателем 5
Степенная функция 5
Показательная функция 6
Логарифмическая функция 6
Тригонометрические формулы 8
Тригонометрические уравнения 9
Тригонометрические функции 9
Производная и её геометрический смысл 10
Применение производной к исследованию функций 11
Первообразная и интеграл 15
Параллельность прямых и плоскостей 16
Перпендикулярность прямых и плоскостей 17
Многогранники 18
Векторы в пространстве 19
Метод координат в пространстве 20
Цилиндр. Конус. Шар 20
Объёмы тел 21
ЛИТЕРАТУРА 23

Введение

Методические рекомендации по подготовке к экзамену по дисциплине «Математика» предназначены для студентов, обучающихся по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность, согласно рабочей программе дисциплины «Математика».

Структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем
1	Развитие понятия о числе
2	Корни, степени и логарифмы
3	Основы тригонометрии
4	Функции, их свойства и графики
5	Комбинаторика
6	Элементы теории вероятностей и математической статистики
7	Начала математического анализа
8	Интеграл и его применение
9	Уравнения и неравенства
10	Прямые и плоскости в пространстве
11	Координаты и векторы
12	Многогранники и круглые тела
Итоговый контроль – экзамен	

Рекомендации по темам дисциплины

В данном разделе методических рекомендаций приведены вопросы, типовые задания (задачи) по изучаемой теме, которые помогут более качественно подготовиться к экзамену в соответствии с действующей рабочей программой дисциплины «Математика».

Экзамен по дисциплине «Математика» проводится в традиционной форме (теоретические вопросы и практические задания (задачи)), а также может проводиться в форме письменной контрольной работы или в тестовой форме.

Степень с действительным показателем

Теоретические вопросы

1. Понятия множеств натуральных, целых, рациональных, иррациональных и действительных чисел.
2. Понятие арифметического корня натуральной степени.
3. Понятие степени с рациональным показателем.
4. Понятие степени с действительным показателем.

Типовые практические задания (задачи)

1. Найти значение выражения: $3^{1-2\sqrt{3}} \cdot 9^{1+\sqrt{3}}$.
2. Найти значение выражения: $y^{\sqrt{2}} \cdot y^{1,3} : \sqrt[3]{y^{3\sqrt{2}}}$.
3. Найти значение выражения: $\dfrac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}}$.
4. Вычислить: $\dfrac{84^3 - 66^3}{18} + 84 \cdot 66$.
5. Упростить выражение: $\dfrac{4\sqrt[4]{9k} - 2\sqrt{9k}}{-2 + \sqrt[4]{9k}} : \sqrt[4]{9k}$.

Степенная функция

Теоретические вопросы

1. Степенная функция, ее свойства и график.
2. Определение функции обратной для данной функции.
3. Определение равносильных уравнений и неравенств.
4. Виды и алгоритмы решения иррациональных уравнений.
5. Виды и алгоритмы решения иррациональных неравенств.

Типовые практические задания (задачи)

1. Построить график функции:

   1) $y = (x+1)^3$; 2) $y = x^3 + 1$;

   3) $y = \sqrt{x+1}$; 4) $y = \sqrt{x} + 1$.
2. Решите уравнение:

1) $\sqrt{(6-x)(3-x)}=3-x$; 2) $x-\sqrt{25-x^2}=5$;

3) $\sqrt{\frac{1}{x-5}}=\frac{1}{2}$; 4) $\sqrt{2x-4}-\sqrt{x+16}=1$;

5) $\sqrt{(7-x)(7+x)}=7-x$.

3. Решите неравенство:

1) $x-\sqrt{25-x^2}<1$; 2) $\frac{(x-1)(4+2x)}{x^2-9}\le 0$;

3) $\frac{\sqrt{x^2+3x}}{2x}+1{,}5>\frac{\sqrt{4x^2-4x+1}}{-2x}$.

Показательная функция

Теоретические вопросы

1. Показательная функция, ее свойства и график.
2. Виды и алгоритмы решения показательных уравнений.
3. Виды и алгоритмы решения показательных неравенств.

Типовые практические задания (задачи)

1. Построить график функции:

1) $y=2^{x+1}$; 2) $y=2^x+1$;

3) $y=\frac{1}{2^{x+1}}$; 4) $y=\frac{1}{2^x}+1$.

2. Решите уравнение:

1) $\left(\frac{1}{64}\right)^{x-5}=2$; 2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{x-1}+\left(\frac{1}{7}\right)^{x+1}=50$;

3) $3^{3x^2+3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-10x}$; 4) $2\cdot 4^{1+x}-5\cdot 16^{x-2}-81=0$;

5) $2^{2x}-2\cdot 2^x+1=0$; 6) $\frac{2^{x-0,5}}{8\cdot\sqrt{2}}=2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}$;

7) $3\cdot 2^x-2\cdot 2^{x-2}=10$; 8) $7^{2x}-8\cdot 7^x+7=0$.

3. Решите неравенство:

1) $4^{2x}-2\cdot 4^x+1\ge 0$; 2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{x-1}+\left(\frac{1}{7}\right)^{x+1}<50$.

Логарифмическая функция

Теоретические вопросы

1. Определение логарифма числа.
2. Основное логарифмическое тождество.
3. Свойства логарифмов.
4. Десятичные и натуральные логарифмы.
5. Формула перехода к новому основанию.
6. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
7. Логарифмические уравнения.
8. Логарифмические неравенства.

Типовые практические задания (задачи)

1. Построить график функции:
   1) $y=\log_2(1+x)$; 2) $y=\log_{\frac{1}{2}}(1-x)$.
2. Найдите значение выражения:
   1) $6^{3+\log_6 2}$; 2) $\dfrac{\log_6 8}{\log_{216} 8}$;
   3) $\log_3 13\cdot\log_{13} 9$; 4) $7^{3\log_7 2}$;
   5) $64\cdot\log_4\sqrt[4]{4}$; 6) $\log_4\log_9 81$;
   7) $\log_8 160-\log_8 2{,}5$; 8) $13\cdot 10^{\log_{10} 2}$;
   9) $\dfrac{65}{9^{\log_9 5}}$; 10) $\log_{\frac{1}{21}}\sqrt{21}$.
3. Решите уравнение:
   1) $\ln(8-2x)=1$; 2) $\lg\left(11-x\right)=4\cdot\lg 5$;
   3) $\log_2\left(x+7\right)=\log_2\left(2x-9\right)$; 4) $\lg 6+x\lg 5=x+\lg\left(2^x+1\right)$;
   5) $\log_3\left(1+\log_2\left(1+3\log_3 x\right)\right)=1$; 6) $\log_x\left(2x^2-4x+3\right)=2$;
   7) $\log_2^2\left(4x\right)+2\log_2 x-11=0$; 8) $\log_9\left(0{,}5\sqrt{x}-2\right)=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{\log_{54} 9}$;
   9) $\log_3(6+x)\cdot\log_x 3=2$; 10) $2\log_3(4-x)=\log_3(6-x)-1$.
4. Решите неравенство:
   1) $\log_{\frac{1}{2}}\left(8-2x\right)>-5$; 2) $\log_2\left(11-x\right)\le 4\cdot\log_2 5$;
   3) $\log_7\left(x+7\right)\le\log_7\left(2x-9\right)$;
   4) $\dfrac{1}{2}\log_{4+x}\left(x^2+2x+1\right)+\log_{-x-1}\left(-x^2-5x-4\right)\le 3$;

5) $\log_{x-2}\log_3\left(\frac{x+3}{x-3}\right) > \log_{\frac{1}{x-2}}\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x-3}{x+3}\right)$.

Тригонометрические формулы

Теоретические вопросы

1. Радианная мера угла.
2. Поворот точки вокруг начала координат.
3. Определение синуса угла. Знаки синуса в различных четвертях.
4. Определение косинуса угла. Знаки косинуса в различных четвертях.
5. Определение тангенса угла. Знаки тангенса в различных четвертях.
6. Определение котангенса угла. Знаки котангенса в различных четвертях.
7. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла.
8. Тригонометрические тождества.
9. Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и - α.
10. Формулы сложения.
11. Синус, косинус и тангенс двойного угла.
12. Синус, косинус и тангенс половинного угла.
13. Формулы приведения.
14. Сумма и разность синусов.
15. Сумма и разность косинусов.
16. Произведение синусов и косинусов.

Типовые практические задания (задачи)

1. Найти значение выражения:

   1) $\sin^2(85^0) + \cos^2(85^0)$; 2) $\sin(\pi + x)$;

   3) $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

   4) $\cos(24^0) + \cos(5^0) + \cos(175^0) + \cos(204^0) + \cos(300^0)$;

   5) $\frac{(2 + 2\sin x)(1 - \sin x)}{(1 + \cos x)(2 - 2\cos x)}$, если $\operatorname{ctg} x = 2$;

   6) $\frac{\sin 75^0 + \sin 45^0}{2\sin 300^0}$.

2. Упростить выражение:

   1) $\frac{\sin\alpha - 0,5\sin 2\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin^2\alpha}$; 2) $(1 + tg\alpha)\cdot(1 + ctg\alpha) - \frac{1}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}$.

Тригонометрические уравнения

Теоретические вопросы

1. Определение арккосинуса, формула решения уравнения cos$x$ = a.
2. Определение арксинуса, формула решения уравнения sin$x$ = a.
3. Определение арктангенс, формула решения уравнения tg$x$ = a.
4. Определение арккотангенса, формула решения уравнения ctg$x$ = a.
5. Уравнения, сводящиеся к квадратным.
6. Уравнения, однородные относительно sin$x$ и cos$x$.
7. Уравнения, линейные относительно sin$x$ и cos$x$.
8. Решение уравнений методом замены неизвестного.
9. Решение уравнений методом разложения на множители.
10. Различные приемы решения тригонометрических уравнений.
11. Системы тригонометрических уравнений.

Типовые практические задания (задачи)

1. Решите уравнение:

   1) $2\cos(2\pi - 3x) = \sqrt{3}$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

   2) $tg\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ на отрезке $[0; \pi]$;

   3) $2\cos^2 x + 4\cos x = 3\sin^2 x$;

   4) $2\sin^2 x - 5\cos x + 1 = 0$;

   5) $5 - 4\sin^2 x = 5\cos^2 x$;

   6) $\sin x - \cos x = 1$;

   7) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$;

   8) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin 2x - 0{,}5$;

   10) $4tg(3x) = -4$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;

   11) $2\sin x - 1 = 0$. Укажите наибольший отрицательный корень в градусах;

   12) $(2\sin 2x - \cos 2x)(1 + \cos 2x) = \sin^2 2x$.

2. Решите уравнение:

   1) $\sin x > 0{,}5$; 2) $\cos x \le -0{,}5$;

   3) $tgx < 1$; 4) $20\sin^2 x + 9\cos x < 21$.

Тригонометрические функции

Теоретические вопросы

1. Область определения тригонометрических функций.
2. Множество значений тригонометрических функций.
3. Понятие чётности и нечётности тригонометрических функций.
4. Понятие периодичности тригонометрических функций.

5. Свойства функции $y = \cos x$ и её график.
6. Свойства функции $y = \sin x$ и её график.
7. Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график.
8. Обратные тригонометрические функции.

Типовые практические задания (задачи)

Построить график функции:

1) $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - 1;$ 2) $y = -\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + 2;$

3) $y = tg\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1;$ 4) $y = ctg\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$

Производная и её геометрический смысл

Теоретические вопросы

1. Определение производной.
2. Правила нахождения производной суммы.
3. Правила нахождения производной произведения.
4. Правила нахождения производной частного.
5. Правила нахождения производной сложной функции.
6. Формулы производной степенных функций.
7. Формула производной показательной функции.
8. Формулы производных логарифмических функций.
9. Формулы производных тригонометрических функций
10. Геометрический смысл производной.
11. Уравнение касательной к графику функции.
12. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.

Типовые практические задания (задачи)

1. Найти производную функции:

1) $y = 4 - x^2 + 2x^3 + 6\sqrt[3]{x};$ 2) $y = (4 + x)^3 \cdot e^x;$

3) $y = \frac{x}{5 - x};$ 4) $y = \sin(4 - 5x) \cdot e^{2x-1};$

5) $y = \frac{\ln(4x - 1)}{4x};$ 6) $y = tg(2 + x) \cdot (2x + 1);$

7) $y = \frac{1 - x^2 + 2x}{x^3};$ 8) $y = -6 \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot 2^{2x-1};$

9) $y = \frac{e^{3x}}{4 + x};$ 10) $y = 4x \cdot \log_2(5 + x).$

2. Найти скорость движения материальной точки в момент времени $t = 1c$, если закон движения задан формулой $S = x^2 + 2x^3 + 1.$

3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^2 + x^3$ в точке с абсциссой $x = 1$.
4. Прямая $y = 7x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 8x + 6$. Найдите абсциссу точки касания.
5. Прямая $y = -2x + 1$ параллельна касательной к графику функции $y = -x^2 + 6x$. Найдите ординату точки касания.

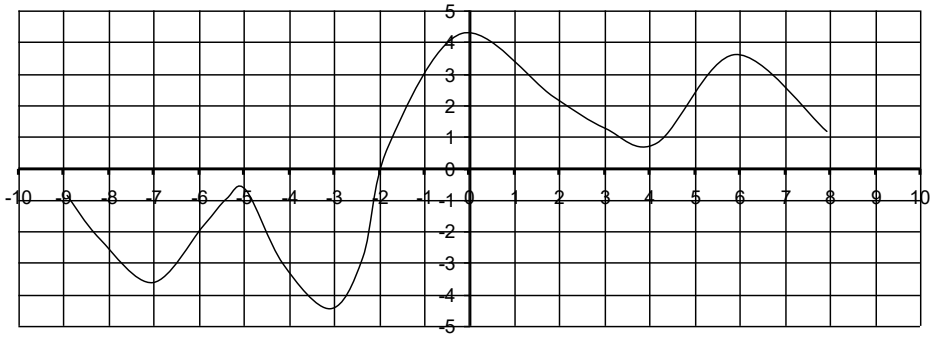
Применение производной к исследованию функций

Теоретические вопросы

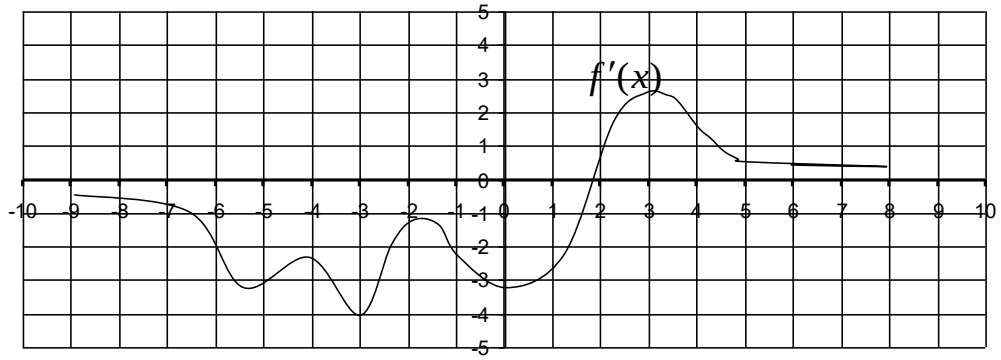
1. Признак убывания (возрастания) функции.
2. Понятие «промежутки монотонности функции».
3. Определение точек максимума и минимума функции.
4. Понятие экстремума функции.
5. Определение стационарных и критических точек функции.
6. Наибольшее и наименьшее значения функции.
7. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
8. Понятие производной функции второго порядка.
9. Понятие выпуклости графика функции и точки перегиба.
10. Схема исследования функции.

Типовые практические задания (задачи)

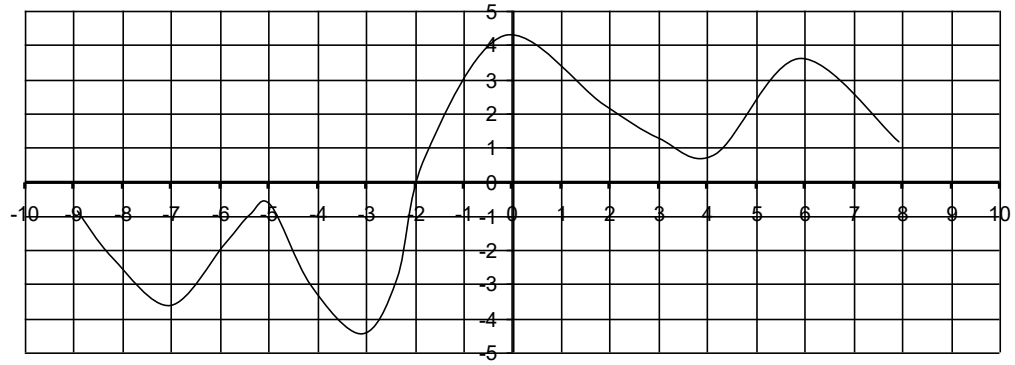
1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



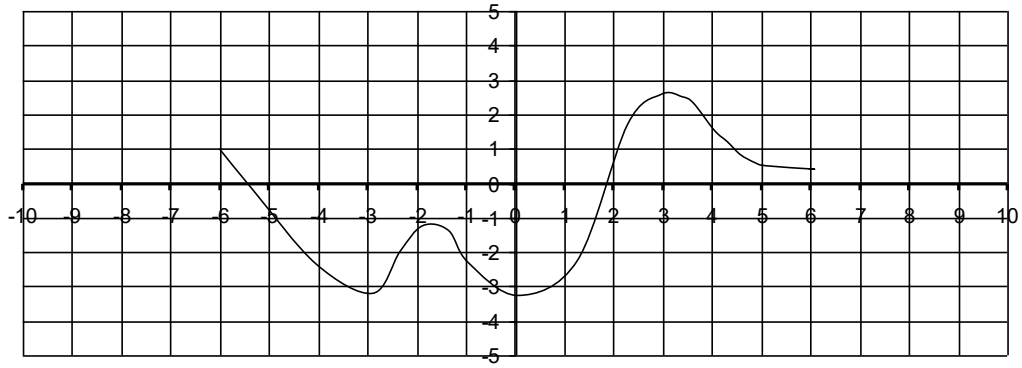
2. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-8; 4]$ функция принимает наименьшее значение.



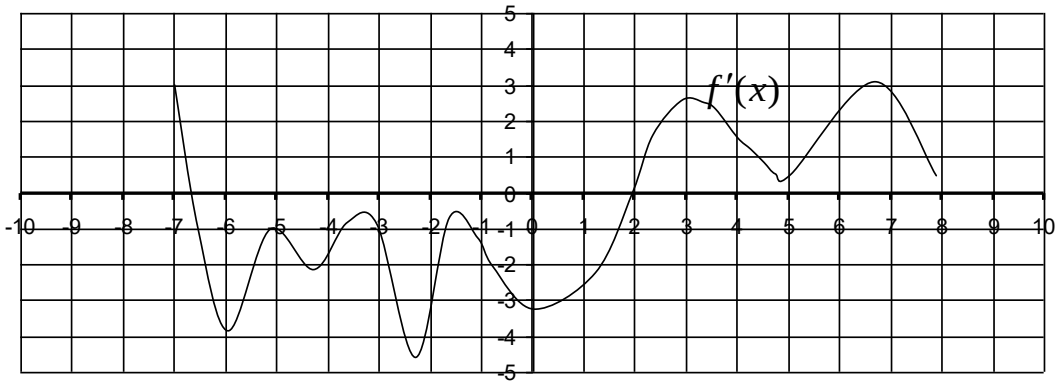
3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



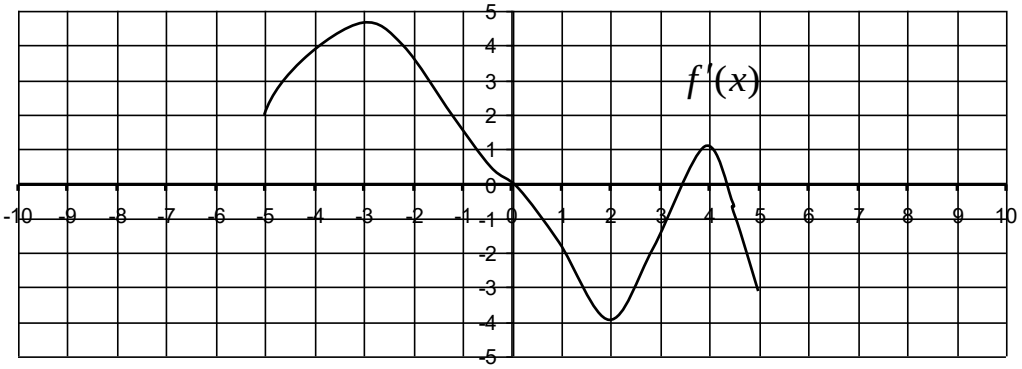
4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -5$.



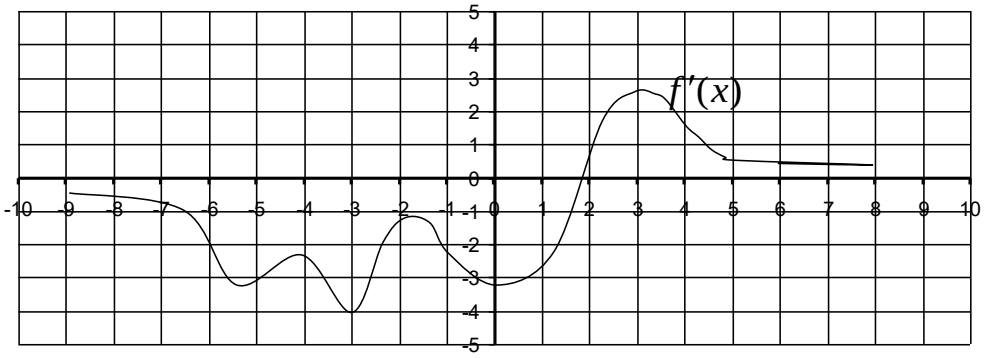
5. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



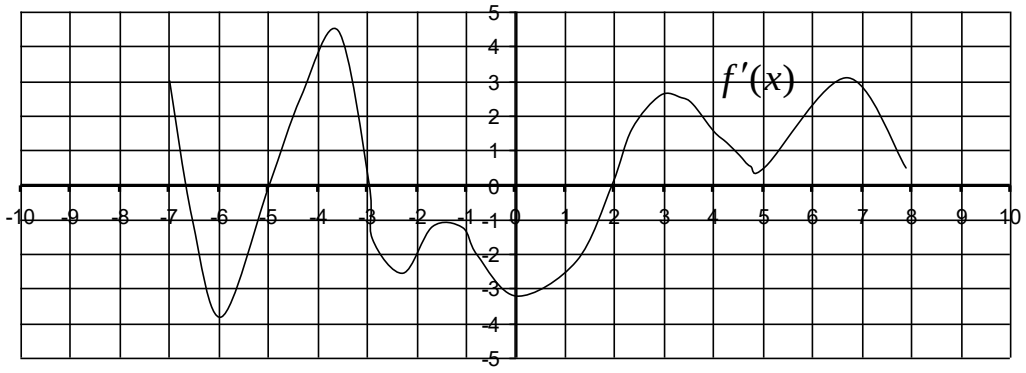
6. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку максимума на интервале $(-3; 3)$.



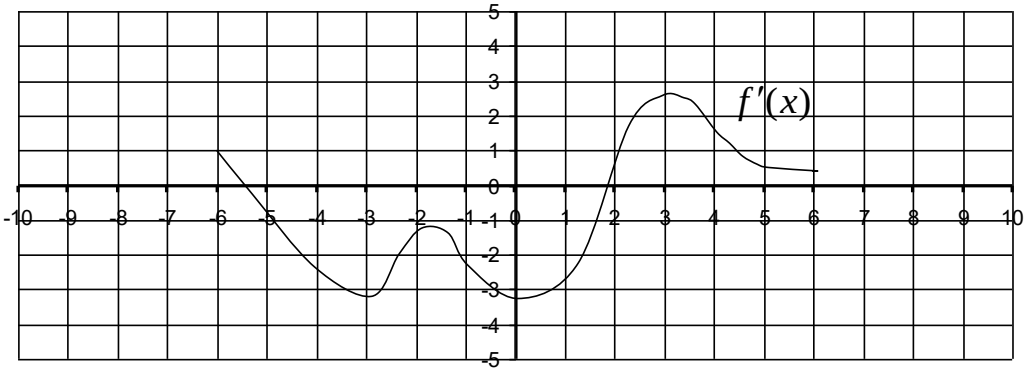
7. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-4; 4]$ функция принимает наибольшее значение.



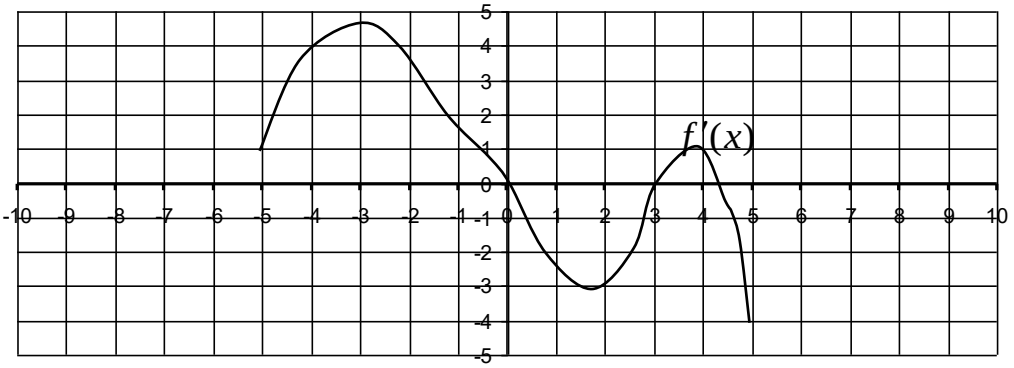
8. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 8)$. Найдите промежутки убывания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



9. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите точку экстремума функции $y = f(x)$ на интервале $(-3; 3)$.



10. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку минимума на интервале $(-3; 4)$.



11. Найдите точку минимума функции $y = \left(x^2 - 5x + 5\right) \cdot e^{x-5}$.

12. Найдите точку максимума функции $y = \left(x + 12\right) \cdot e^{12-x}$.

13. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x - \ln\left(x+4\right)^2$ на отрезке $\left[-3,5;\ 0\right]$.
14. Найдите наибольшее значение функции $y = 5 \cdot \cos x + 13x - 8$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};\ 0\right]$.

Первообразная и интеграл

Теоретические вопросы

1. Понятие первообразной функции.
2. Правила нахождения первообразных.
3. Понятие криволинейной трапеции.
4. Площадь криволинейной трапеции.
5. Понятие неопределенного интеграла.
6. Свойства неопределенного интеграла.
7. Табличный метод интегрирования.
8. Понятие определенного интеграла.
9. Свойства определенного интеграла.
10. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.

Типовые практические задания (задачи)

1. Найти первообразную функции, график которой проходит через т. $A(x;y)$:

   1) $f(x) = x^3 + x - 3,\ A(1;1)$; 2) $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{2}{1+x},\ A(3;0)$;

   3) $f(x) = e^{5x} + \sin x,\ A(0;-2)$.

2. Вычислить неопределенные интегралы:

   1) $\int\left(6x^2 - 2x + 3\right)dx$; 2) $\int 16(x+1)^3\,dx$;

   3) $\int\frac{x^2 + \sqrt{x} - 1}{x}dx$; 4) $\int 6\sin(2x+1)dx$;

   5) $\int\cos(4x-3)dx$; 6) $\int\left(e^x + \sqrt[3]{x} - \frac{3}{x}\right)dx$.

3. Вычислить определенные интегралы:

   1) $\int\limits_1^2 (8x-1)dx$; 2) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin 2x\,dx$; 3) $\int\limits_0^1\frac{dx}{x+1}$.

4. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных указанными линиями:

   1) $y = -x^3,\ y = -9x$; 2) $y = x^2,\ y = 4$;

3) $y=-x^2,\ y=-1;$ 4) $y=x^3+3,\ x=0,\ y=11.$

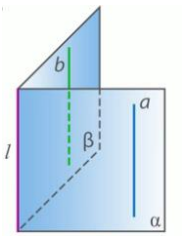
Параллельность прямых и плоскостей

Теоретические вопросы

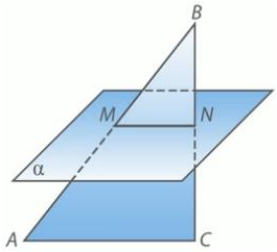
1. Аксиомы стереометрии.
2. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство.)
3. Изображение точек, прямых и плоскостей на чертеже при различном их взаимном расположении в пространстве.
4. Определения параллельных прямых в пространстве.
5. Определения параллельности прямой и плоскости.
6. Определение скрещивающихся прямых.
7. Определение пересекающихся прямых.
8. Определение параллельных плоскостей и их свойства.
9. Угол между прямыми в пространстве.
10. Формулировка теоремы о равенстве углов с сонаправленными сторонами.
11. Тетраэдр. Параллелепипед. Куб. Построение сечений.
12. Свойства граней и диагоналей параллелепипеда.

Типовые практические задания (задачи)

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка M лежит на ребре BB_1, N – на ребре CC_1 и K – на ребре DD_1:
   1) назовите плоскости, в которых лежат точки M и N;
   2) найдите точку пересечения прямых MN и BC. Каким свойством обладает эта точка?
   3) найдите точку пересечения прямой KN и плоскости ABC;
   4) найдите линию пересечения плоскостей MNK и ABC.
2. Плоскости α и β пересекаются по прямой AB. Прямая a параллельна как плоскости α, так и плоскости β. Докажите, что прямые a и AB параллельны.
3. Через две параллельные прямые a и b проходят плоскости α и β соответственно. Доказать, что линия l их пересечения параллельна прямым a и b.



4. Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости α, а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N. Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны.



Перпендикулярность прямых и плоскостей

Теоретические вопросы

1. Определение перпендикулярных прямых в пространстве.
2. Определение прямой, перпендикулярной к плоскости.
3. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
4. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости.
5. Понятия перпендикуляра и наклонной.
6. Расстояние от точки до плоскости.
7. Расстояние от прямой до плоскости.
8. Расстояние между параллельными плоскостями.
9. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
10. Теорема о 3-х перпендикулярах.
11. Теорема, обратная теореме о 3-х перпендикулярах.
12. Угол между прямой и плоскостью.
13. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла.
14. Многогранные углы.
15. Перпендикулярность плоскостей.
16. Признак перпендикулярности 2-х плоскостей.
17. Прямоугольный параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда.
18. Параллельное проектирование.
19. Площадь ортогональной проекции многоугольника.
20. Изображение пространственных фигур.

Типовые практические задания (задачи)

1. Диагонали квадрата $ABCD$ пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата, $SO = 2$ *см*.
   а) Докажите равенство углов, образуемых прямыми SA, SC и SD с плоскостью квадрата.
   б) Найдите эти углы, если периметр $ABCD$ равен 32 *см*.
2. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Назовите:
   1) рёбра, перпендикулярные к плоскости (DCC_1).

2) плоскости, перпендикулярные ребру BB_1.

3. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Определите взаимное расположение:
   1) прямой CC_1 и плоскости (DCB).
   2) прямой D_1C_1 и плоскости (DCB).
4. Дан прямоугольный треугольник ABC. Доказать, что $AC \perp AMB$, если, $AC \perp AM$ и $M \notin ABC$.
5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = 9$ *см*, $BC = 8$ *см*, $BD = 17$ *см*. Найдите площадь BDD_1B_1.
6. Отрезок MH пересекает плоскость α в точке K. Из концов отрезка проведены прямые ME и HP, перпендикулярные к плоскости α. $HP = 4$ *см*, $ME = 12$ *см*, $HK = 5$ *см*. Найдите отрезок PE.

Многогранники

Теоретические вопросы

1. Понятие многогранника.
2. Понятие призмы, ее элементов.
3. Формула нахождения площади поверхности призмы.
4. Понятие пирамиды, ее элементов.
5. Понятие правильной пирамиды, ее элементов.
6. Понятие усеченной пирамиды, ее элементов.
7. Понятие о симметрии в пространстве.
8. Представление о правильных многогранниках. Тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.
9. Элементы симметрии правильных многогранников.
10. Симметрия в кубе.
11. Симметрия в параллелепипеде.
12. Симметрия в призме.
13. Симметрия в пирамиде.

Типовые практические задания (задачи)

1. В основании прямой треугольной призмы лежит треугольник со сторонами 5 и 3 *см* и углом между ними 120^0. Найти площадь боковой поверхности, если наибольшая из площадей боковой грани равна35 $см^2$.
2. В прямой пятиугольной призме все ребра равны. Площадь боковой поверхности равна 80 $см^2$. Найдите высоту призмы.
3. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $AB = 8$ *см*, $BC = 6$ *см*, $AC_1 = 5\sqrt{5}$ *см*. Найти площадь боковой поверхности.
4. В правильной треугольной пирамиде со стороной основания 12 *см* и боковыми ребрами по 10 *см* найти площадь боковой поверхности.
5. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ O – центр основания, S – вершина, $SD = 17$, $BD = 16$. Найдите длину отрезка SO.

Векторы в пространстве

Теоретические вопросы

1. Понятие вектора в пространстве.
2. Понятие модуля вектора.
3. Понятие равенства векторов.
4. Сложение векторов в пространстве. Правило треугольника, параллелепипеда, законы сложения векторов.
5. Сумма нескольких векторов.
6. Разность векторов в пространстве.
7. Правило умножения вектора на число.
8. Понятие коллинеарных векторов.
9. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
10. Понятие компланарных векторов.
11. Признак компланарности трех векторов.
12. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам.

Типовые практические задания (задачи)

1. Даны координаты точек *А* (3; 1; 0), *В* (2; -2;-4), *С* (1; 4; 3), *Д* (-5; 2; -2). Найдите |-3*АВ*+2*СД*|.
2. При каком значении *n* данные векторы перпендикулярны: $\vec{a}$ (4; -2;3) и $\vec{b}$ (1;-2; *n*)?
3. Вычислите координаты вектора $2\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{c}$ по координатам векторов: $\vec{a}$ (3;1; 1), $\vec{b}$ (-2;0;2) и $\vec{c}$ (1;-1;0).
4. При каких значениях *x* и *y* векторы $\vec{a}$ (*x*;-2;6) и $\vec{b}$ (1;*y*;-3) коллинеарные?
5. Вычислите длину вектора $2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$, если $\vec{a}$ (3;1;4), $\vec{b}$ (-1;0;2) и $\vec{c}$ (1;-1;0).
6. Найдите длину большей диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ (5;-3;-1) и $\vec{b}$ (2;2;-1).
7. Вершины треугольника *АВС* имеют координаты *А*(-2;0;1), *В*(-1;2;3) и *С*(8;-4;9). Найдите координаты вектора *АМ*, если *АМ* медиана треугольника *АВС*.
8. Вычислите длину вектора $\vec{b}=3\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.
9. В параллелограмме *АВСД* заданы *АВ*(-4;-4;-2), *СВ*(-3;-6;1) и *А*(3;8;-5). Найдите сумму координат точки пересечения диагоналей.
10. Даны три точки *А*(1;0;4), *В*(-1;1;2) и *С*(0;2;-1). Найдите точку *Д*(*x*;*y*;*z*), если векторы *АВ* и *СД* равны.
11. Даны три точки: *А*(2;0;1), *В*(-1;3;2), *С*(0;4;-1). Найдите на оси *Oz* такую точку *D*(0;0;*c*), чтобы векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ были перпендикулярны.

Метод координат в пространстве

Теоретические вопросы

1. Понятие прямоугольной системы координат в пространстве.
2. Понятие координат точки в пространстве.
3. Понятие координат вектора в пространстве.
4. Понятие скалярного произведения векторов в пространстве.
5. Уравнение плоскости.
6. Формула расстояния от точки до плоскости.

Типовые практические задания (задачи)

1. Даны координаты точек C (3; -2; 1), D (-1; 2; 1), M (2; -3;3), N (-1; 1; -2). Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{CM}$ и $\overrightarrow{DN}$.
2. Вычислите угол между векторами $\vec{a}$ (0; -2; 0) и $\vec{b}$ (3; 0; -3).
3. Вычислите значение k , при котором скалярное произведение векторов $\vec{a}$ (2;k;-1) и $\vec{b}$ (3; -1; 2k) равно 6.
4. Вычислите $\vec{a}\vec{b}+\vec{b}\vec{c}+\vec{a}\vec{c}$, если, $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ и $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$.

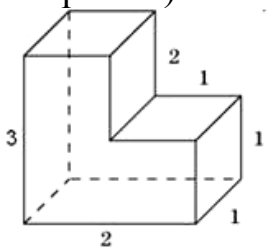
Цилиндр. Конус. Шар

Теоретические вопросы

1. Понятие цилиндра, его элементов.
2. Формула площади поверхности цилиндра.
3. Понятие конуса, его элементов.
4. Формула площади поверхности конуса.
5. Понятие усечённого конуса, его элементов.
6. Понятия сферы и шара, их элементов.
7. Уравнение сферы.
8. Взаимное расположение сферы и плоскости.
9. Формула площади сферы.

Типовые практические задания (задачи)

1. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



2. Через среднюю линию основания треугольной призмы, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 37.

3. Основание пирамиды – параллелограмм со сторонами 10 и 18, и площадью 90. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 6. Найдите боковую поверхность пирамиды.
4. Основание наклонной призмы – равносторонний треугольник со стороной a. Одно из боковых рёбер равно b и образует с прилежащими сторонами основания углы 45^0. Найдите боковую поверхность призмы.
5. Расстояние между любыми двумя боковыми рёбрами наклонной треугольной призмы равно a. Боковое ребро равно l и наклонено к плоскости основания под углом 60^0. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Объёмы тел

Теоретические вопросы

1. Формула объема прямоугольного параллелепипеда.
2. Формула объема прямой призмы.
3. Формула объема цилиндра.
4. Формула объема наклонной призмы.
5. Формула объема пирамиды.
6. Формула объема конуса.
7. Формула объема шара.
8. Формула объема шарового сегмента.
9. Формула объема шарового сектора.

Типовые практические задания (задачи)

1. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна a. Найдите объём пирамиды, если известно, что её боковая поверхность в 10 раз больше площади основания.
2. Стороны основания прямого параллелепипеда равны a и b и образуют угол в 30^0. Боковая поверхность равна S. Найдите объём параллелепипеда.
3. В основании пирамиды $SABC$ лежит треугольник ABC, у которого $AB = 15\sqrt{2}$, $BC = 20$, а радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен $5\sqrt{5}$. На сторонах треугольника ABC как на диаметрах построены три сферы, пересекающиеся в точке O. Точка O является центром четвёртой сферы, причём вершина пирамиды S есть точка касания этой сферы с некоторой плоскостью, параллельной плоскости основания ABC. Площадь части четвёртой сферы, которая заключена внутри трёхгранного угла, образованного лучами OA, OB и OC, равна 8π. Найдите объём пирамиды $SABC$.

4. В наклонном параллелепипеде проекция бокового ребра на плоскость основания равна 5, а высота равна 12. Сечение, перпендикулярное боковому ребру, есть ромб с площадью 24 и диагональю 8. Найдите боковую поверхность и объём параллелепипеда.
5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке K. Объем пирамиды равен 42, $SK = 18$. Найдите площадь треугольника ABC.
6. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке K. Объем пирамиды равен 88, площадь треугольника ABC равна 11. Найдите SK.
7. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объём конуса равен 10.
8. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 3, а высота – 5. Вычислите объём призмы.
9. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2, а высота – 4. Вычислите объём призмы.
10. Объем конуса равен 16π *см*^{3}, а его высота 3 *см*. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
11. Площадь боковой поверхности конуса равна 20, а его образующая 5 *см*. Найдите объем конуса.
12. Основание прямой призмы прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 *см* и острым углом 30^0. Диагональ боковой грани, содержащей катет противолежащий данному углу, равна 13 см. Найдите объем призмы.
13. Основание прямой призмы прямоугольный треугольник с катетом 3 *см* и прилежащим углом 60^0. Диагональ боковой грани, содержащей гипотенузу треугольника, 10 *см*. Найдите объем призмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алимов, Ш. А. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций [Текст] : базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов, Ю. К. Колягин, М. В. Ткачева и др. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2019. – 463 с.
2. Атанасян, Л. С. Геометрия. 10-11 классы [Текст] : учебник для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 255 с.
3. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа [Текст] : учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. – М. : Юрайт, 2017. – 200 с.
4. Ванеева, Т. Б. Математика [Электронный ресурс] : методические рекомендации по дисциплине. Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность / сост. Т. Б. Ванеева, С. А. Худякова, – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023. – 29 с. – Режим доступа: http://10.97.170.7
5. Ванеева, Т. Б. Математика [Электронный ресурс] : методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся. Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность / сост. Т. Б. Ванеева, С. А. Худякова, – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023. – 22 с. – Режим доступа: http://10.97.170.7